

ネットワーク構造下における企業間提携の δ 安定性

(非会員) 慶應義塾大学 *竹川雄一郎 TAKEGAWA Yuichiro

01605850 慶應義塾大学 松林伸生 MATSUBAYASHI Nobuo

1 はじめに

本研究ではクールノー（生産量）寡占競争下での企業間の安定な合併に焦点を当てる。この分野では、非協力・協力ゲーム双方の観点から非常に多くの研究がなされている [1]。特に、全体提携が市場として最も利益的であることはほぼ明白であることから、全体提携の安定性について、協力ゲームのコアを分析するアプローチも盛んに行われている。

しかし、いままでの協力ゲームによる数多くの研究は、その解析の困難さから、市場内の企業は需要や費用に関して対称である事が仮定されており、そして企業数が多いと δ コア（後述）が存在しないという悲観的な結果が得られている [2]。これに対して [3] では、各企業間の代替性（差別化の程度）が非対称である市場を分析している。しかし、やはり殆どの場合において全体提携は安定とはならないにも関わらず、直線的な市場においては、いかなる企業数であっても必ずコアが存在することが示されている。そこで本研究では、[3] のモデルを一般的なネットワーク構造に拡張し、この結果の頑健性について調べる事とする。具体的には、直線にノードを1つ追加したツリー構造とリンクのみを追加したサークル構造について取り上げる。

2 モデル

n 企業 $N = \{1, 2, \dots, n\}$ が存在する市場において、企業 i ($i \in N$) が生産する製品の生産量と価格を q_i, p_i とする。代替行列 $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ の成分 $b_{ij} (= b_{ji})$ が製品 i, j 間の代替性を表すとすると $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ は以下で表される。

$$\mathbf{p} = \mathbf{1} - B\mathbf{q}$$

ただし、 $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, $\mathbf{1} = \{1, \dots, 1\}$ 。ここで $0 \leq b_{ij} \leq 1$ である。 b_{ij} が大きいほど製品 i, j 間の代替性は大きく、 $b_{ij} = 1$ では完全同質となる。 N による全体提携の安定性は、提携形ゲームのコアの有無によって判断する。ここで部分提携 $S \subset N$ が逸脱した時の残り企業 $N \setminus S$ による行動の想定として、 δ 想定を考える。 δ 想定の下では、残りの企業 $N \setminus S$ は提携を維持し、 S と $N \setminus S$ の2提携による競争となる。よって、それぞれの目的関数は

$$\pi_S = \sum_{i \in S} p_i q_i \quad \pi_{N \setminus S} = \sum_{i \in N \setminus S} p_i q_i$$

となり、両提携は目的関数を最大化する生産量 q_i を決定する。このナッシュ均衡における利益 π_S^* より、提携値 $v_\delta(S) = \pi_S^*$ を得る。

本研究では [4] のモデルにならって任意の連結ネットワークを考え、リンクのあるノード間の代替性が等しく $\beta (> 0)$ であり、他のノード間の代替性は0であるような代替行列 B を考える。ここで β は十分小さな値 $\beta \equiv 0$ を仮定する。これは各ノード間の代替性に関する整合性を確保する意味と、ノード間の差別化が大きい時に限り、 δ 安定となり得るという先行研究 [3] の結果を踏まえたものである。

3 分析

3.1 先行研究の結果

直線的市場に企業が均等な間隔で並んでいるケースを扱った [3] では以下の代替行列を想定した。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \beta & 0 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ \beta & 1 & \beta & 0 & & & \vdots \\ 0 & \beta & 1 & \beta & \ddots & & \\ 0 & 0 & \beta & \ddots & \beta & 0 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \beta & 1 & \beta & 0 \\ \vdots & & & 0 & \beta & 1 & \beta \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

[3]において、このモデルでは n によらず、 β が小さければ常にコアが存在する事を示した。

3.2 ツリー市場

ここでは上記の設定を拡張し、直線的な市場に企業が一つだけ加わったツリー構造を考えた。具体的には、 k 番目の企業とのみ代替性を持つ企業 $n+1$ を追加した。この設定下における代替行列 B は以下の様に表される。

$$\begin{pmatrix} 1 & \beta & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \beta & 1 & \ddots & & & & & & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & & & & & 0 \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & & & & \beta \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \ddots & & & 0 \\ \vdots & & & & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & & & & & \ddots & \ddots & 1 & \beta \\ 0 & \cdots & 0 & \beta & 0 & \cdots & 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

そしてこの市場では、単独逸脱の提携値の和が全体提携値よりも大きくなるため、コアが存在しない事を示す事が出来た。

3.3 サークル市場

ここでは [3] のモデルを拡張し、 n 番目の企業と 1 番目の企業が互いに代替性を持つモデルを扱う。すなわち、円の形をしたネットワーク構造となる。よって代替行列は以下の様に表される。

$$B = \begin{pmatrix} 1 & \beta & 0 & 0 & \cdots & 0 & \beta \\ \beta & 1 & \beta & 0 & & & 0 \\ 0 & \beta & 1 & \beta & \ddots & & \\ 0 & 0 & \beta & \ddots & \beta & 0 & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \beta & 1 & \beta & 0 \\ 0 & & & 0 & \beta & 1 & \beta \\ \beta & 0 & \cdots & 0 & 0 & \beta & 1 \end{pmatrix}$$

この市場は対称となるため、コアがあるならば均等配分 $\mathbf{x} = (\frac{v(N)}{n}, \dots, \frac{v(N)}{n})$ がコアとなる。しかし、 $v(S) > \frac{S}{n}v(N)$ となる S が存在することが分かり、ゆえにコアは存在しない事が示された。

4 結論

本研究の分析により、[3] で示された直線市場の安定性は、最小のノードまたはリンクの追加に対して頑健でない事が分かった。

参考文献

- [1] Zhao, J. (2017) "TU oligopoly games and industrial cooperation," *Handbook of Game Theory and Industrial Organization*, 1 by L. C. Corchon and M. A. Marini (eds.), Edward Elgar, Cheltenham, UK.
- [2] Currarini, S. and Marini, M. (2015) "Coalitional approaches to collusive agreements in oligopoly games," *Manchester School*, 83(3), pp.253-287.
- [3] Takeda, K. and Hosoe, T. and Watanabe, T. and Matsubayashi, N. (2018) "Stability Analysis of Horizontal Mergers in a Market with Asymmetric Substitutability," *Mathematical Social Sciences*, 96, pp.73-84.
- [4] Ushchev, P. and Zenou, Y. (2018) "Price competition in product variety networks," *Games and Economic Behavior*, 110, pp.226-247.