日本オペレーションズ・リサーチ学会
2019年 秋季研究発表会

分散的流通システムにおけるフラクタイル2段階確率最適化

広島大学 *谷直道 TANI, Naomichi
01403975 広島大学 西崎一郎 NISHIZAKI, Ichiro
02502915 広島大学 林田智弘 HAYASHIDA, Tomohiro
05000335 広島大学 関崎真也 SEKIZAKI, Shinya

1. はじめに

近年，複数の経済主体が独自性を維持しつつ，経済主体間で協力することによって，自己の利益を増大できるというモデルが考察されている．Anupindi et al. (2001) は独立した小売業者が確率的需要のもとで，同一の製品を販売する分散型流通システムを考察した．彼らのモデルでは，すべての小売業者が協力による追加的な利益の割当て規則をあらかじめ合意したうえで，需要が実現する前に，独立に小売業者がそれぞれ，中央倉庫と小売業者自身の在庫水準を決定する．次に，需要が決定し，各小売業者が製品を販売した後，残存需要をもつ小売業者に在庫を輸送することによって得られた追加的な利益を合意された割当て規則に従って分配する．前半の非協力的意思決定を非協力ゲームの Nash 均衡とし，後半の利益の分配を協力ゲームによって定式化している．

Anupindi et al. (2001) における各小売業者の目的は期待利益最大化であるが，本論文では，各小売業者がそれぞれ異なるリスク態度を持つものと考え，フラクタイルモデルを採用する．さらに，第2段階の輸送問題では，確率変数をもつ制約条件に違反した場合，違反に応じたペナルティを与えることで，違反を抑制したうえで，利益を最大化する単純リコース問題として定式化する．各小売業者のフラクタイル値の最大化問題の最適性のための必要条件である KKT 条件を制約条件とし，すべての小売業者の目的関数の和を最大化する問題を解くことによって，Nash 均衡点の候補を得る．この候補から均衡条件を満たす Nash 均衡点を計算する．

2. 確率的需要下での二段階ゲームモデル

2.1. 小売業者のモデル

異なる地域にそれぞれ小売業者が同一の製品を販売していると状況を考え，小売業者の集合を $N=\{1,\dots,n\}$ とする．小売業者 $i\in N$ の地域における製品 1 単位当たりの売価を r_i，仕入価格を c_i，売却できない場合の残存価値を v_i とし，小売業者 i の地域での製品の需要を確率変数 $\tilde{d}_i$ と表す．とくに，確率変数には $\sim$ を付して区別する．小売業者 i の決定変数は仕入れ量であり，x_i と表す．このとき，販売量 $\tilde{s}_i$，余剰製品（在庫）$\tilde{h}_i$，余剰（残存）需要 $\tilde{e}_i$ はそれぞれ

$$\tilde{s}_i=\min\{x_i,\tilde{d}_i\}$$
$$\tilde{h}_i=\max\{x_i-\tilde{d}_i,0\}$$
$$\tilde{e}_i=\max\{\tilde{d}_i-x_i,0\}$$

と表現できる．第 2 段の輸送問題を考慮しない場合の小売業者 i の利益 $\tilde{p}_i(\boldsymbol{x})$ は

$$\tilde{p}_i(\boldsymbol{x})=r_i\tilde{s}_i+v_i\tilde{h}_i-c_ix_i$$

となる．

余剰製品を残存需要のある地域へ輸送することによって追加的な利益を最大化する問題は，小売業者 k から j への製品の単位当たり輸送費を t_{kj} とし，決定変数としての輸送量を z_{kj} とすると，次のように表現できる．

$$\begin{aligned}
\max\ & \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(r_j-v_k-t_{kj})z_{kj}\\
\text{s. t.}\ & \sum_{j=1}^{n} z_{kj}\le\tilde{h}_k,\ k=1,\dots,n\\
& \sum_{j=1}^{n} z_{jk}\le\tilde{e}_k,\ k=1,\dots,n\\
& z_{kj}\ge 0,\ k=1,\dots,n,\ j=1,\dots,n.
\end{aligned}$$

この問題の最適値を $\tilde{\phi}$ とすると，第 2 段の輸送問題を考慮した小売業者 i の利益 $\tilde{p}_i(\boldsymbol{x})$ の最大値問題

は次のように定式化される．

$$
\begin{aligned}
\max_{x_i}\ & \tilde{p}_i(\boldsymbol{x}) = r_i\tilde{s}_i + v_i\tilde{h}_i - c_ix_i + \alpha_i(\tilde{\phi}(\boldsymbol{x}))\\
\text{s. t. }\ & x_i \geq 0\\
& \tilde{\phi}(\boldsymbol{x}) = \max\ \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(r_j - v_k - t_{kj})z_{kj}\\
& \qquad\text{s. t. } \sum_{j=1}^{n} z_{kj} \leq \tilde{h}_k,\ k=1,\ldots,n\\
& \qquad\qquad \sum_{j=1}^{n} z_{jk} \leq \tilde{e}_k,\ k=1,\ldots,n\\
& \qquad\qquad z_{jk} \geq 0,\ k=1,\ldots,n,\ j=1,\ldots,n
\end{aligned}
$$

ここで，$\alpha_i(\tilde{\phi}(\boldsymbol{x}))$ は追加的な利益の小売業者 i への割当て分である．

2.2. フラクタイルモデル

各小売業者のリスク態度を考慮に入れるためフラクタイルモデルの考え方を用いる．フラクタイルモデルでは，本来の目的関数を目標変数以上にする確率を与えられた保障水準以上にするという条件のもと，目標変数を最大化する．フラクタイルモデルにおける小売業者 i の目的関数は次のように表現される．

$$
f_i \ \text{ subject to }\ P(\tilde{p}_i(\boldsymbol{x}) \geq f_i) \geq \theta_i \tag{1}
$$

ここで，$\tilde{p}_i(\boldsymbol{x})$ は確率変数となる本来の目的関数である利益であり，f_i が目的関数に対する目標変数であり，θ_i は利益を目標変数以上にする確率として与えられた保障水準である．目標変数 f_i はパラメータではなく，変数であり，フラクタイルモデルでの目的関数となる．θ_i の値を各小売業者に対して異なる値を設定することによって，リスク態度の異なる小売業者を取扱うことができる．

需要の確率変数 $\tilde{d}_i$ を離散的確率変数 $\{(d_{is},\pi_{is}) \mid s\in\Omega_i\},\ i=1,\ldots,n$ であると仮定する．ここで，Ω_i は事象の集合である．

次に示す単純リコース問題を含む小売業者 i のフラクタイル値の最大化問題の最適性のための必要条件である KKT 条件を制約条件とし，すべての小売業者目的関数の和を最大化する問題を解くことによって，Nash 均衡点の候補を得て，これから均衡条件を満たす Nash 均衡点を計算する．

$$
\begin{aligned}
\max\ & f_i\\
\text{s. t. }\ & f_i - R_{is} \leq Me_{is},\ \forall s\in\Omega_i\\
& \sum_{s\in\Omega_i} e_{is} \leq \lfloor(1-\theta_i)|\Omega_i|\rfloor\\
& e_{is}\in\{0,1\},\ \forall s\in\Omega_i\\
& R_{is} = r_i(x_i - y_{is}^-) + v_iy_{is}^- - c_ix_i + \alpha_i(\phi(\boldsymbol{x})),\ \forall s\in\Omega_i\\
& x_i + y_{is}^+ - y_{is}^- = d_{is},\ s\in\Omega_i\\
& y_{is}^+y_{is}^- = 0,\ s\in\Omega_i\\
& x_i\geq 0,\ y_{is}^+\geq 0,\ y_{is}^-\geq 0,\ s\in\Omega_i\\
& \phi(\boldsymbol{x}) = \max \sum_{k=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}(r_j - v_k - t_{kj})z_{kj}\\
& \qquad\qquad + \sum_{k=1}^{n}\sum_{s\in\Omega_k}(\pi_{ks}p_k\delta_{ks}^- + \pi_{ks}q_k\sigma_{ks}^-)\\
& \qquad\text{s. t. } \sum_{j=1}^{n} z_{kj} + \delta_{ks}^+ - \delta_{ks}^- = y_{ks}^-,\\
& \qquad\qquad\qquad k=1,\ldots,n,\ s\in\Omega_k\\
& \qquad\qquad \sum_{j=1}^{n} z_{jk} + \sigma_{ks}^+ - \sigma_{ks}^- = y_{ks}^+,\\
& \qquad\qquad\qquad k=1,\ldots,n,\ s\in\Omega_k\\
& \qquad\qquad z_{kj}\geq 0,\ k=1,\ldots,n,\ j=1,\ldots,n\\
& \qquad\qquad \delta_{ks}^+\geq 0, \delta_{ks}^-\geq 0,\ \sigma_{ks}^+\geq 0,\ \sigma_{ks}^-\geq 0,\\
& \qquad\qquad\qquad k=1,\ldots,n,\ s\in\Omega_k
\end{aligned}
$$

ここで，M は十分大きな正数であり，制約内の輸送問題において，$\tilde{\delta}_k^- > 0, \tilde{\sigma}_k^- > 0$ のとき，輸送問題の制約条件に違反するので，それらのペナルティを p_k, q_k とし，輸送問題を単純リコース問題として表現している．単純リコースを含む目的関数の形から，相補条件 $\tilde{\delta}_k^+\tilde{\delta}_k^- = 0, \tilde{\sigma}_k^+\tilde{\sigma}_k^- = 0$ は制約条件から除いている．なお，小売業者 i の余剰在庫 y_{is}^-，残存需要 y_{is}^+ の価値を双対最適解 $\lambda_{is}^{-*}, \lambda_{is}^{+*}$ と解釈し，次のように定義する．

$$
\alpha_i(\phi^*(\boldsymbol{x})) = \sum_{s}^{m_i}(\lambda_{is}^{-*}y_{is}^- + \lambda_{is}^{+*}y_{is}^+)
$$

参考文献

R. Anupindi, Y. Bassok, and E. Zemel, “A general framework for the study of decentralized distribution systems,” *Manufacturing & Service Operations Management*, 3, 349–368, 2001.