

格付 AR 値変化の寄与度分解

賛助会員 (株) 日経金融工学研究所 *木村和央 KIMURA Kazuo
 賛助会員 (株) 日経金融工学研究所 宋 明子 SONG Mingzi
 賛助会員 (株) 日経金融工学研究所 友添峻希 TOMOZOE Shunki

1. はじめに

ロジットモデルに代表されるクラス分類を目的としたモデルの精度評価指標として、AUC, AR 値といった順序統計量 (序列精度) が重要視されている (山下・三浦 [1]). このうち、金融機関においては伝統的に AR 値を利用する傾向にあり、その時系列変化に大きな関心が寄せられている (柳澤ほか [2]). その変化要因の分析としては、CAP 曲線の時点間比較という定性的な手法はあるが、定量的に変化要因を把握する方法が確立されているとは言いがたい。本稿では格付 AR 値を対象に、その変化要因を寄与度分解する手法を提案し、実際の債務者データに対して適用した。

2. 格付 AR 値の定義と格付ランク別寄与度

格付ランク数を M とし、格付ランク i の債務者数の構成比を a_i 、デフォルト率を p_i とする。また、ポートフォリオ全体のデフォルト率を $P = \sum a_i p_i$ とし、格付ランク i の相対デフォルト率を $q_i = p_i / \{P(1 - P)\}$ と定義する。このとき、格付 AR 値である AR 、および格付ランク i の格付 AR 値への寄与度 AR_i は、

$$AR = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M a_i a_j (q_j - q_i) \operatorname{sgn}(j - i),$$

$$AR_i = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^M a_i a_j (q_j - q_i) \operatorname{sgn}(j - i).$$

3. 格付 AR 値の変化に関する寄与度分解

$AR \rightarrow AR + \Delta AR$, $AR_i \rightarrow AR_i + \Delta AR_i$, $a_i \rightarrow a_i + \Delta a_i$, $q_i \rightarrow q_i + \Delta q_i$ と変化したとすると、

$$\begin{aligned} \Delta AR &= \sum_{i=1}^M \Delta AR_i \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M (F_{ij} \Delta a_i + F_{ji} \Delta a_j \\ &\quad + G_{ij} \Delta q_i + G_{ji} \Delta q_j), \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \frac{1}{2} \{a_j (q_j - q_i) \\ &\quad + \Delta a_j (q_j - q_i) / 2 \\ &\quad + a_j (\Delta q_j - \Delta q_i) / 2 \\ &\quad + \Delta a_j (\Delta q_j - \Delta q_i) / 3\} \operatorname{sgn}(j - i), \\ G_{ji} &= \frac{1}{2} \{a_i \cdot a_j + \Delta a_i \cdot a_j / 2 + a_i \cdot \Delta a_j / 2 \\ &\quad + \Delta a_i \cdot \Delta a_j / 3\} \operatorname{sgn}(j - i). \end{aligned}$$

上式は、格付 AR 値の変化要因を、格付ランク i の債務者数構成比変化 Δa_i と相対デフォルト率の変化 Δq_i に関する寄与度に分解している。2次および3次の交差項については按分して各要因に組み込まれている。本手法を予実対比に用いる場合は、 $\Delta a_i = 0$ であり、 q_i が予想、 $q_i + \Delta q_i$ が実績の相対デフォルト率となる。この寄与度分解は、表1のように視覚的に解釈することが可能である。

4. 実際の債務者統合データへの適用

債務者統合データ¹へ本手法を適用し、リーマンショック時から現在に至るまでの格付 AR 値の時系列変化につき寄与度分解を実施した²。ここでの格付ランクは、決算書データに基づくスコアリング結果から付与した ($M = 7$, 最上位が1)。

図1は格付 AR 値、2008年度がリーマンショックで最低、そこから現在にかけ、継続的に上昇した。格付ランクでは、最下位の Rank7 の寄与度が大きい。図2は表1の右端 ΔAR_i を示したもの。ここでも Rank7 の寄与度が顕著であった。図3と図4は表1における下端、つまり各変化要因が (どの格付ランクに寄与したかは忘れて) 最終的な格付 AR 値変化に対する寄与度である。構成比について、近年は Rank7 の割合が減少傾向にあり、それを受けてマイナス寄与度であるが、一方、相対デフォルト率は上昇傾向にありプラス寄与度、トータルで格付 AR 値変化は上昇した (図2)。

¹データは所属機関が独自に金融機関から許可を得て収集。

²予実対比についての寄与度分解は紙面の都合により割愛。

*本稿の内容は筆者に属し、所属組織の見解ではない。

表 1: 格付 AR 値の変化に関する寄与度分解のイメージ

Rank	Δa_1	...	Δa_j	...	Δa_M	Δq_1	...	Δq_j	...	Δq_M	
1					ΔAR_1
\vdots	\vdots		$\Delta a_j \cdot \sum_k F_{jk} (j = i)$	\vdots		\vdots		$\Delta q_j \cdot \sum_k G_{jk} (j = i)$	\vdots		\vdots
i											ΔAR_i
\vdots	\vdots		$\Delta a_j \cdot F_{ji} (j \neq i)$	\vdots		\vdots		$\Delta q_j \cdot G_{ji} (j \neq i)$	\vdots		\vdots
M					ΔAR_M
	... $2 \cdot \Delta a_j \cdot \sum_k F_{jk}$ $2 \cdot \Delta q_j \cdot \sum_k G_{jk}$...					ΔAR

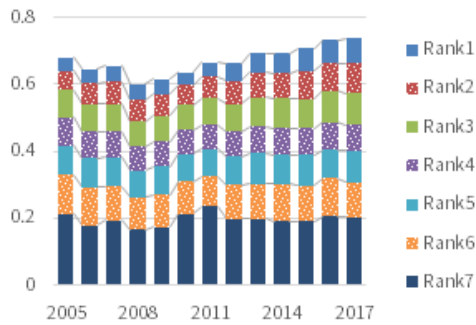


図 1: 格付 AR 値のランク別寄与度

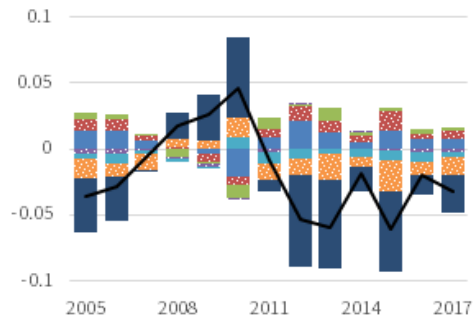


図 3: 構成比変化要因の寄与度

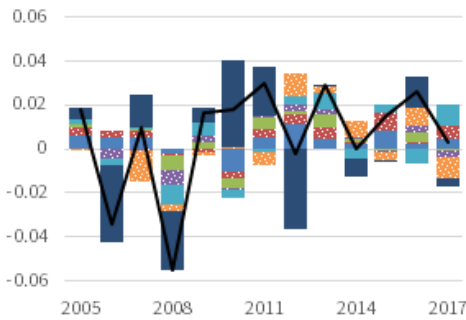


図 2: 格付 AR 値変化のランク別寄与度

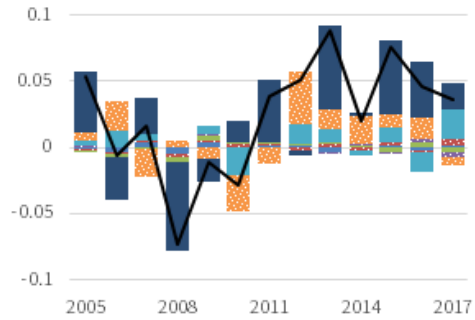


図 4: 相対デフォルト率変化要因の寄与度

5. おわりに

本稿では、格付 AR 値の変化につき寄与度分解する手法を提案した。債務者統合データに適用したところ、AR 値変化要因の寄与度としては最下位の格付ランク先が重要なことを示した。一般的に、リーマンショック時の AR 値低下は、上位の格付ランク先におけるデフォルト率の増加が要因と言われるが、本手法では最下位の格付ランク先の相対デフォルト率が減少したと解釈される。上記は表裏一体にすぎないが、AR 値変化を定量的に分解したということで意味ある結果と信じたい。

今回は債務者を区分せず扱ったが、業種別等にかけて分析することで、新たな知見が得られる可

能性もある。また、相対デフォルト率の分母となるポートフォリオ全体のデフォルト率 P は格付ランク別債務者数構成比とデフォルト率とから定義されるもので、寄与度分解としては理論的に不満が残る。これらについては今後の課題としたい。

参考文献

- [1] 山下智志, 三浦翔 (2011). 信用リスクモデルの予測精度- AR 値と評価指標-. 朝倉書店.
- [2] 柳澤健太郎, 下田啓, 岡田絵理, 清水信宏, 野口雅之 (2007). RDB データベースにおける信用リスクモデルの説明力の年度間推移に関する分析. 日本金融・証券計量・工学学会 2007 年夏季大会予稿集.