

日中の売買におけるショック構造の分析

03000230 (株)三菱UFJトラスト投資工学研究所 (MTEC)* *川口 宗紀 KAWAGUCHI Muneki

1. はじめに

金融市場では様々なショックと思われる事象が発生している。例えば、金融市場の外で発生する事件や企業が新たな情報の公表、市場参加者が行う売買などである。金融市場内ではこれらのショックは、株価の瞬間的な変化や大きな金額の売買という形で観測することができる。これらのショックは、株式の間でショックが伝播していく可能性がある。このようなショックの伝播の背景は、例えば、サプライチェーンのようなファンダメンタルな企業間関係や投資家の需給などが背景にあると考えられる。株価の間に存在するショックの伝播構造を分析することで、ポートフォリオの短期的なリスクマネジメントや株価を変動させる要因の分析などが可能となる。

そこで本稿では、株価の間に存在するショックの伝播構造を分析するために、多次元 Hawkes モデルを用いて定量化・分析を行う。多次元 Hawkes モデルは日中の株価データや SNS への投稿などの分析によく用いられているモデルで、これらのイベントの発生を表現する点過程のモデルである。対象となるあるイベントの発生がそのイベント自身もしくは他のイベントの発生強度に影響を与える構造を持っており、これによりショックの伝播構造を表現することができる。

本稿ではパラメータ推定にノンパラメトリックアプローチを提案している、[1, 2]などを参考にパラメータ推定を試みた。これらのアプローチでは伝播構造を表現するカーネル関数の形状に仮定を置かない。その結果、徐々に伝播していく、瞬間的に伝播してしまうなど、伝播の速さの違いを詳しく分析できる。

2. モデル

2.1. 多次元 Hawkes モデル

d 次元 Hawkes 過程において、時点 t での j 番目のショックの強度 $\Lambda_j(t)$ は次の式で表される。

$$\Lambda_j(t) = \eta_j + \sum_{i=1}^d \int_{-\infty}^t h_{ij}(t-s) dN^{(i)}(s) \quad (j = 1, \dots, d)$$

ここで、 η_j は j 番目のショックの平均的な発生強度、 $h_{ij}(t)$ は i 番目のショックが発生したという条件下での時間 t 経過後での j 番目のショックの発生強度の増分

*本稿の内容は、筆者が所属する組織を代表するものではなく、全て個人的な見解である。

である。また、 $N_t^{(i)}$ は i 番目のショックの時点 t までの回数を数える計数過程である。

2.2. パラメータ推定方法

推定に用いるデータは期間 $[0, T]$ に観測されたものとする。この期間に観測された $i (i = 1, \dots, d)$ 番目のタイプのショックが、時点 $\tau_l^i \in [0, T] (l = 1, \dots, n^i)$ において観測されているとする。ここで $n^i (i = 1, \dots, d)$ は i 番目のショックが観測された回数である。

ここから以下の手順に従って、多次元 Hawkes モデルのパラメータを推定する。

1. 時点 $[0, T]$ を区切る時間間隔 Δ を定める。
2. 時点 $((k-1)\Delta, k\Delta]$ で観測された j 番目のタイプのショックの回数を数える。

$$x_k^j := \#\{\tau_l^j \in ((k-1)\Delta, k\Delta]; l = 1, \dots, n^j\}$$

$$X_k := (x_k^1, x_k^2, \dots, x_k^d)^\top$$

$$(j = 1, \dots, d; k = 1, \dots, n := \lfloor T/\Delta \rfloor)$$

3. 多次元 Hawkes モデルのパラメータ $\hat{\eta}_j, \hat{h}_{ij}(t)$ は以下の式により得られる。

$$\hat{H}^{(\Delta, s)} := \frac{1}{\Delta} (Z^\top Z)^{-1} Z^\top Y$$

ここで、

$$\hat{H}^{(\Delta, s)} := \begin{pmatrix} \hat{h}_{1,1}(k\Delta) & \hat{h}_{1,2}(k\Delta) & \dots & \hat{h}_{1,d}(k\Delta) \\ \hat{h}_{2,1}(k\Delta) & \hat{h}_{2,2}(k\Delta) & \dots & \hat{h}_{2,d}(k\Delta) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \hat{h}_{d,1}(k\Delta) & \hat{h}_{d,2}(k\Delta) & \dots & \hat{h}_{d,d}(k\Delta) \\ \hat{\eta}_1 & \hat{\eta}_2 & \dots & \hat{\eta}_d \end{pmatrix},$$

$$Z := \begin{pmatrix} X_p^\top & X_{p-1}^\top & \dots & X_1^\top & 1 \\ X_{p+1}^\top & X_p^\top & \dots & X_2^\top & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ X_{n-1}^\top & X_{n-2}^\top & \dots & X_{n-p}^\top & 1 \end{pmatrix},$$

$$Y := \begin{pmatrix} X_{p+1} & X_{p+2} & \dots & X_n & 1 \end{pmatrix}^\top,$$

である。

2.3. ショック伝播項の検定

ショック伝播項 \hat{h}_{ij} の検定は推定されたカーネル関数の積分値を、 \hat{H} の誤差分散を用いて検定を行う。詳細は [2] を参照されたい。これの検定を d 種類のショックの組み合わせ全てに対して行うことで、伝播構造をネットワークとして描くことができる。

3. 利用データ

東京証券取引所1部上場銘柄における2016年7月から9月までの全取引データを分析に用いる。毎秒における売買金額を計算する。また、株式の銘柄を東証33業種分類に基づき集計を行う。その結果、東証33業種の毎秒における売買時価総額を得ることができる。合わせて、東証1部全体での売買時価総額も計算しておく。

図1はある5分間の毎秒売買時価総額推移で、横軸が時刻、縦軸が売買時価総額を表している。毎秒の売買は大きく変化していることがわかる。この傾向に基づいて、1日の中で毎秒売買時価総額の上位10%となる1秒間においてショックが発生したと定義する。従って、売買金額の多いときにショックが発生したものとする。東証1部全体の売買時価総額も同様に扱い、市場全体でショックが発生したものとする。

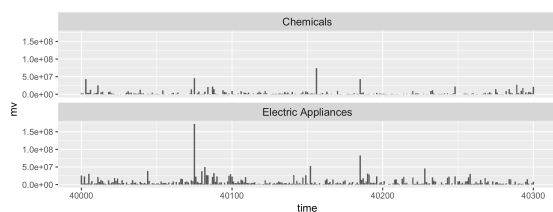


図1: 毎秒の売買時価総額推移

4. 分析結果

図2は3つの業種間の推定されたカーネル関数の積分値である。各行は伝播の起点となった業種、各列は伝播を受けた業種をしめしており、業種間の伝播構造の違いを見ることができる。例えば、対角線上のグラフは同業種間での伝播構造を示しており、それ以外のグラフよりも立ち上がりが高く、またその値も大きい。同業種内のショックの伝播は強く速いことを示している。また、下の行はサービス業からの伝播を示しているが、他の非対角成分よりも水準が低いことから、サービス業からの伝播は弱いことを示している。

図3は上述した方法で作成したショックの伝播構造をネットワークという形で図示したものである。ショックの発生から30秒後において、カーネル関数の積分値が設定した閾値よりも大きい場合に、ショックの伝播構造があるものとしている。ショックの起点となる業種は市場全体、建設、化学、食品、電気機器、機械など製造業に多く、非製造業はショックの伝播を受ける傾向にあった。

5. 今後の課題

本稿では業種レベルでのショックの伝播構造を分析したが、本来は個別株式に対して分析をすることが望まし

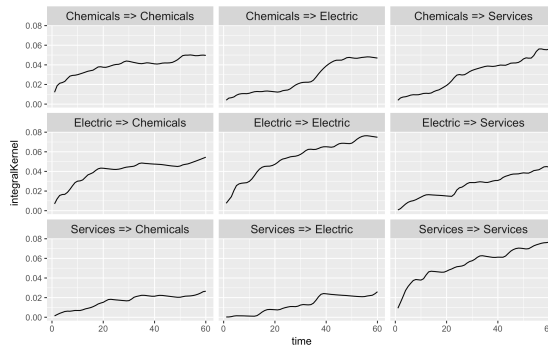


図2: 推定されたカーネル関数の積分値

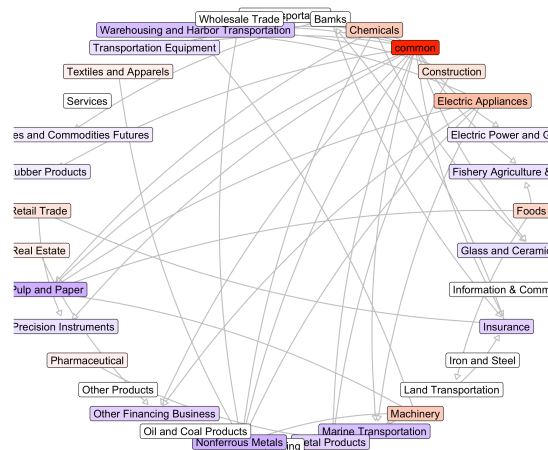


図3: 得られた業種間のショックの波及経路

い。個別株式の場合には銘柄数がより多くなることから、推定にかかる計算コストや取り扱うデータ数がより多くなる。また、安定した推定ができるような対応が必要になると考えられる。

参考文献

- [1] Kirchner, M. (2017), "An Estimation Procedure for the Hawkes Process", *Quantitative Finance*, 17(4), 571-595.
- [2] Embrechts, P. and M. Kirchner (2018), "Hawkes Graphs", *Theory of Probability & Its Applications*, 62(1), 132-156.